Asco &Celda
MATÉRIEL PÉDAGOGIQUE POUR LES ENFANTS DE 2 À 12 ANS

Le Facteur de Mafate
Versions 2D et 3D

cycle 4

Réf. 38029 et 38030

Auteur : François Barbé
Enseignant à Saint-Denis de La Réunion

Défi niveau fin de collège pour matériel 2D et 3D, une consigne unique : «Prouver qu'un défi du Facteur de Mafate est un défi à solution unique»

Par ce défi les joueurs apprendront à :

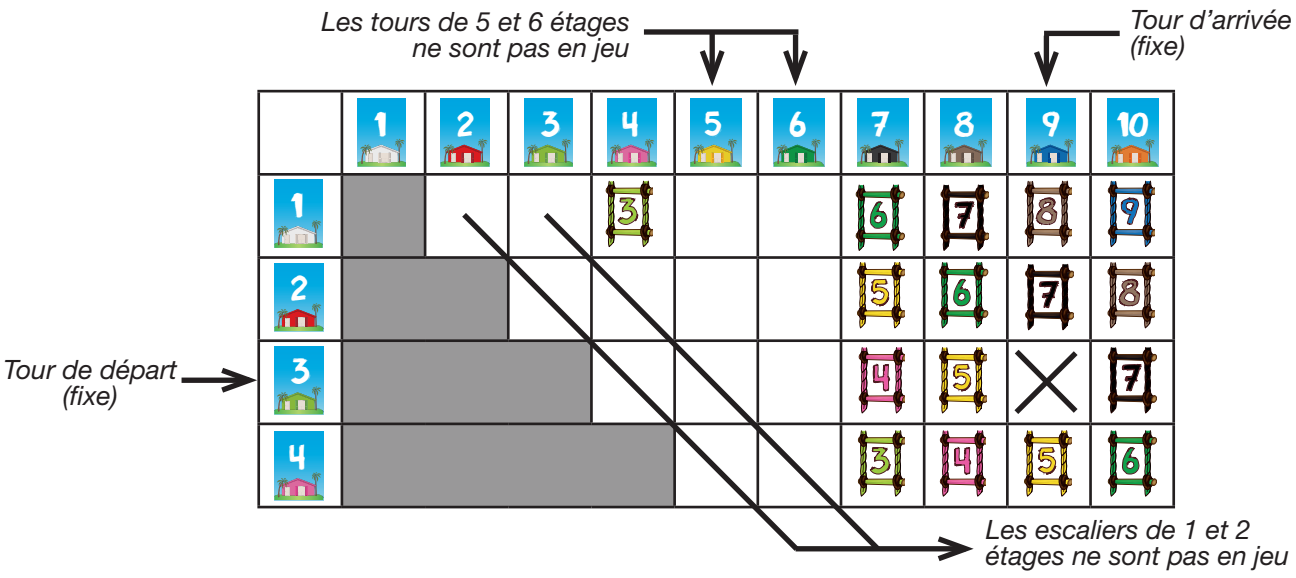
- Trouver une méthode rigoureuse de résolution de problème et construire des outils (tableaux / schémas) pour en faire la démonstration écrite.
- Organiser des données en réalisant un tableau à double entrée.
- Symboliser des matériels et leurs relations.
- Schématiser et construire des arbres de décisions.

Remarque :

Commencer par établir la preuve qu'un défi du Facteur de Mafate est un défi à solution unique sur un défi simple de 3 étoiles, puis passer à niveau plus difficile.

Exemple de tableau à double entrée réalisé à partir d'une carte-défi :

Le tableau suivant nous donne toutes les relations possibles des montagnes et escaliers du défi sélectionné (n°1 du niveau 5 étoiles) :



La croix représente une impossibilité : les montagnes aux extrémités ne peuvent pas être liées ensemble par un escalier.

Les cases vides représentent des relations tout autant irréalisables car elles nécessiteraient du matériel que le défi ne nous permet pas d'utiliser : les escaliers de 1 et 2 étages, les tours de 5 et 6 étages.

Le tableau nous montre que :

- **L'escalier de 9 étages n'a qu'une seule possibilité d'encastrement, c'est donc une relation nécessaire qu'il faut mettre en place dès le commencement !**
- **Il faudra ensuite continuer la résolution du problème en utilisant en priorité les escaliers qui ont le moins de possibilités de relations : ceux de 2 relations possibles, puis de 3, etc. Les escaliers ayant 2 relations d'encastrement possibles sont ceux de 3, de 4 et de 8 étages. Ces 3 escaliers seront donc ceux qu'il faudra engager en priorité dans la recherche de la solution.**

Il est donc préférable, par souci d'économie (de temps et de taille de l'arbre de décision à construire), de prendre en compte les probabilités de relations exprimées dans le tableau de transformation additive du problème en question (ci-dessus). Dans cette méthode, je choisis de mettre au centre de ma réflexion le positionnement des escaliers : je me demande pour un même escalier quelles sont toutes ses possibilités de relations et, de préférence, je commence par l'escalier qui possède le moins de relations possibles.

L'utilisation du tableau ci-dessus permet en effet de voir facilement qu'il est préférable de ne pas commencer par poser l'escalier de 5, de 6 ou de 7 étages qui ont chacun 3 possibilités de relations, mais par l'escalier de 9 qui se pose nécessairement entre la tour de 1 et la tour de 10 étages. Ensuite, nous pourrons tenter le placement de l'escalier de 3, puis de 4 ou de 8 étages, qui sont équivalents puisqu'ils ont chacun seulement 2 possibilités de relations. En dernier recours seront utilisés les escaliers de 7, de 6, et de 5 étages. Si une voie d'essai se révèle impossible («impasse»), le joueur devra revenir au nœud précédent pour tenter une nouvelle voie.

En schématisant la démarche du joueur pas à pas, l'arbre de décision suivant sera obtenu (avec «M» pour «Montagne» et «E» pour «Escalier») :

Remarque : «M1 (E9) M10» signifie : je place l'escalier de 9 étages entre la montagne de 1 et la montagne de 10 étages.

Légende :

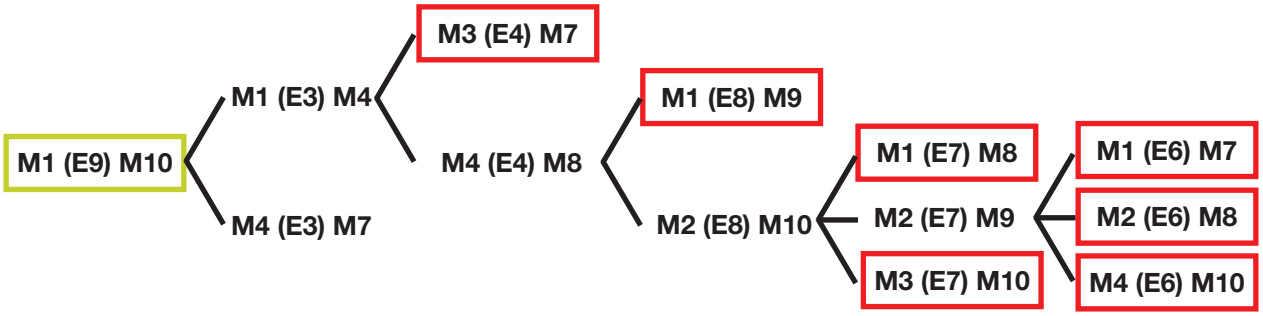
Mx (Ey) Mz	**Mx (Ey) Mz**	**Mx (Ey) Mz**
Solution impossible (impasse)	*Solution possible*	*Seule solution possible (relation certaine)*

RÈGLES DE DÉTERMINATION DES IMPASSES :

Sur un même chemin de résolution :

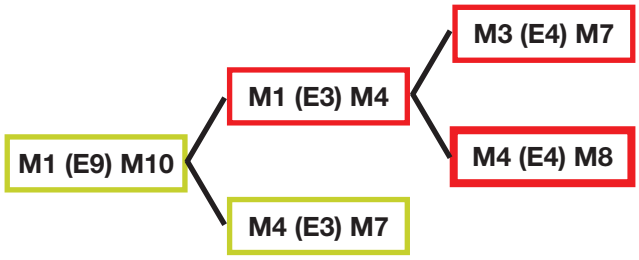
- Une même montagne ne peut être en relation qu'avec 2 autres montagnes,
- Une montagne d'extrémité (de départ ou d'arrivée) - ici «M3» et «M9» - ne peut être mise en relation qu'une fois (par un seul de ses côtés). Elle ne peut pas non plus se lier à la montagne de l'extrémité opposée.
- Attention : une montagne liée à celle représentant une extrémité devient elle-même une montagne d'extrémité (cas particulier souligné en bleu ci-après), elle ne pourra dès lors plus être liée à l'extrémité opposée… à moins d'être arrivé au bout du défi.

Lorsque nous nous trouvons dans une impasse, nous devons revenir au nœud possible précédent sur notre arbre de décision afin de trouver le seul chemin possible :

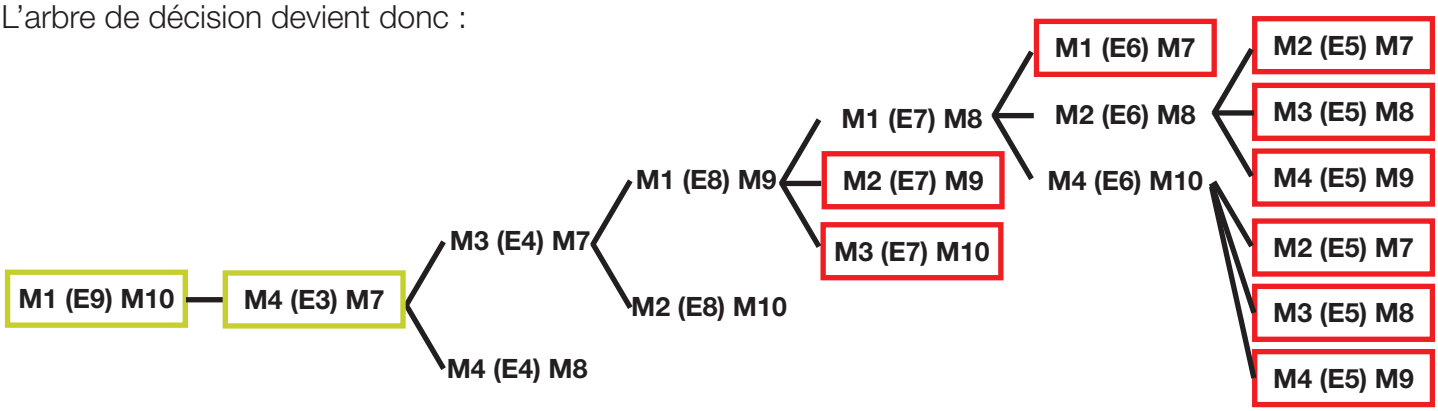


Nous tombons sur des impasses, mais nous avançons : nécessairement, E3 se place entre M4 et M7 !

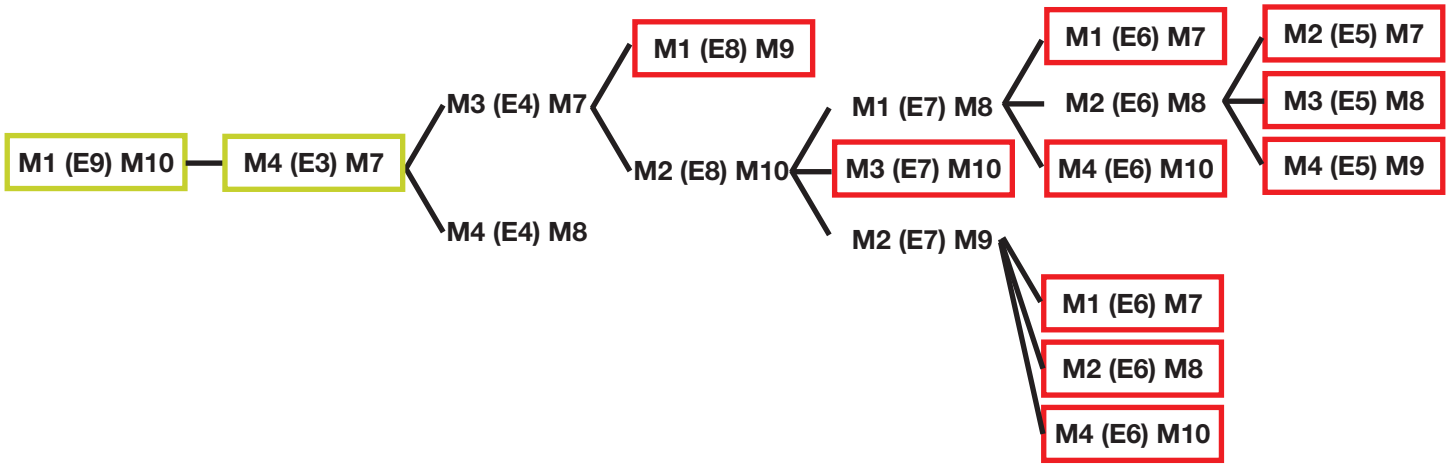
Nous avons désormais 2 relations certaines (encadrées en vert) :



L'arbre de décision devient donc :

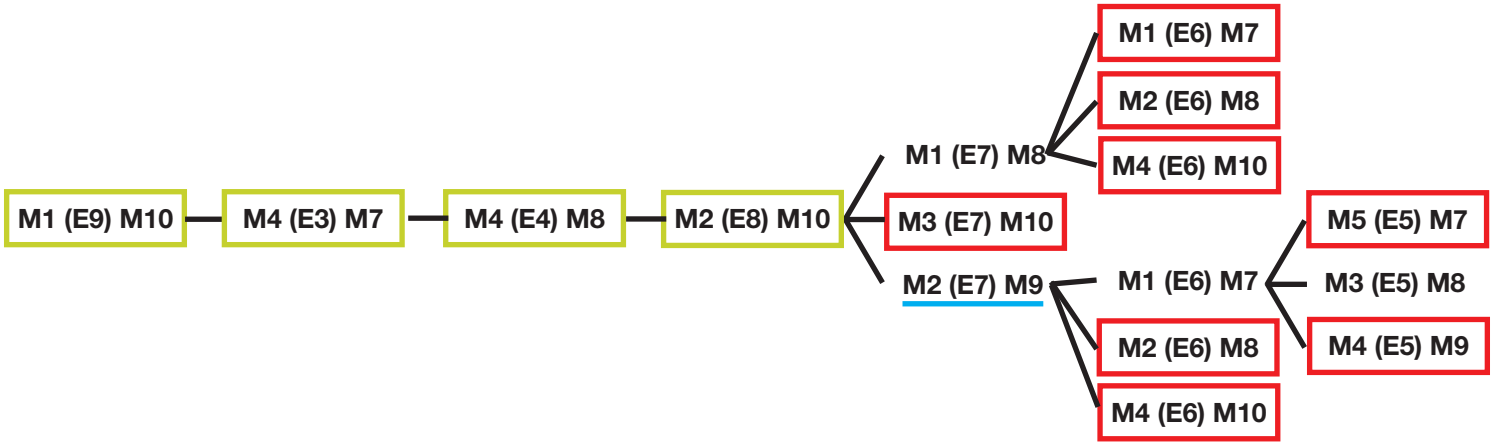


En continuant ainsi, nous obtenons :



Nécessairement, E4 se place entre M4 et M8 !

M9 est la montagne d'extrémité finale qui se lie ici (souligné en bleu) à M1 par E8, elle-même liée à M10 par E9 (souligné), donc M10 devient la nouvelle montagne d'extrémité finale et ne peut pas se lier directement à M3 qui est la montagne d'extrémité de départ.



Au final, nous avons dû tracer l'ensemble d'un arbre de décision du problème posé ! Ce qui implique que non seulement nous avons trouvé une solution (annoncée comme étant unique) mais nous avons de surcroît prouvé qu'elle était unique ! Et ce, en avançant méthodiquement, pas à pas, patiemment, selon une chaîne de nécessités logiques.